

На правах рукописи
УДК 530.145, 530.12:531.51

Павлов Юрий Викторович

**РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ И КВАНТОВОПОЛЕВЫЕ ЭФФЕКТЫ В
ИСКРИВЛЁННОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ**

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук**

**Санкт - Петербург
2010 г.**

**Работа выполнена в лаборатории микромеханики материалов
Института проблем машиноведения
Российской академии наук**

**Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
Кирилл Александрович Бронников**

**доктор физико-математических наук,
профессор Владимир Николаевич Лукаш**

**доктор физико-математических наук
Сергей Владимирович Сушков**

**Ведущая организация: Главная (Пулковская) астрономическая
обсерватория Российской академии наук**

**Защита состоится « _____ » _____ 20__ года в _____ ча-
сов на заседании Совета Д 212.199.21 по защите докторских и кандидат-
ских диссертаций при Российском государственном педагогическом
университете им. А.И. Герцена по адресу: 191186, г. Санкт-Петербург,
наб. р. Мойки, 48, корп. 3, ауд. 52.**

**С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке
Российского государственного педагогического университета им.
А.И. Герцена по адресу: 191186, г. Санкт-Петербург, наб. р. Мойки, 48,
корп. 5.**

Автореферат разослан « _____ » _____ 2010 г.

**Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент**

Н.И. Анисимова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Квантовая теория поля в искривленном пространстве-времени в настоящее время является достаточно глубоко разработанной областью теоретической физики (см. монографии [1, 2]), представляющей интерес в связи с актуальными приложениями к космологии и астрофизике. Последовательной теории квантованного гравитационного поля к настоящему времени все ещё не создано. Однако в широкой области между планковскими и комптоновскими значениями длины, кривизны и плотности применима полуклассическая теория, в которой квантованные поля частиц рассматриваются во внешнем гравитационном поле. Принимая в качестве классической теории гравитации эйнштейновскую общую теорию относительности, приходим к квантовой теории поля в искривлённом пространстве-времени. Поход, в котором квантованные материальные поля рассматриваются в заданном гравитационном поле, аналогичен квантовой электродинамике во внешнем поле и означает выход за рамки теории возмущений. Отметим, что необходимость квантового описания взаимодействия элементарных частиц с внешним гравитационным полем в рамках нерелятивистской квантовой механики (уравнение Шредингера с гравитационным потенциалом) в настоящее время экспериментально установлена (см., например, [3, 4]).

При построении квантовой теории материальных полей во внешнем гравитационном поле возникают две связанные между собой проблемы. Во-первых — построение гильбертова пространства состояний квантованного поля, во-вторых — получение конечных значений наблюдаемых величин. Вторая проблема тесно связана с первой, поскольку, чтобы определить наблюдаемую как среднее от соответствующего оператора по состоянию поля, надо предварительно построить пространство состояний квантованного поля.

С физической точки зрения построение гильбертова пространства состояний сводится к определению вакуума и интерпретации квантованного поля в терминах частиц [1]. В пространстве-времени Минковского корпускулярная интерпретация свободного квантованного поля основана на инвариантности теории относительно группы Пуанкаре [5]. Трансляционная инвариантность по времени позволяет ввести сохраняющееся во времени разбиение оператора поля на положительно- и отрицательно-частотные части. В произвольном пространстве-времени нет подобного принципа выбора системы базисных решений уравнения свободного поля, имеет место перемешивание положительно и отрицательно-частотных решений и обычная корпускулярная интерпретация, вообще говоря, невозможна. На языке вторично квантованной теории перемешивание частотностей означает рождение частиц.

Корпускулярная интерпретация квантовой теории во внешнем гравитационном поле, основанная на методе диагонализации гамильтониана преобразованиями Боголюбова была предложена А.А. Грибом и С.Г. Мамаевым в работе [6]. В рамках такой интерпретации операторами рождения–уничтожения частиц в заданный момент вре-

мени называются операторы, в терминах которых гамильтониан квантованного поля диагонален в этот момент. Тем самым частица (квазичастица) интерпретируется как квант энергии, а измерение числа квазичастиц связывается с измерением энергии. Это соответствует теории измерений в квантовой механике: в результате измерения некоторой физической величины система оказывается в собственном состоянии соответствующего оператора.

Однако, гамильтониан, построенный в [6] по метрическому тензору энергии-импульса, в случае неконформной связи (в частности, минимальной связи, когда уравнения для полей в искривлённом пространстве обобщаются из уравнений в плоском пространстве-времени заменой частных производных на ковариантные) скалярного поля с кривизной приводит к расходящимся выражениям для плотности рождающихся частиц. Это являлось значительной проблемой и привело в известной монографии [2] к критике, в целом, метода диагонализации гамильтониана. Отметим, что вопрос о виде взаимодействия материального поля с гравитационным является открытым. Экспериментальные ограничения в силу слабости гравитационного поля в окрестностях Земли практически отсутствуют. Исследование неконформного случая является важным по многим причинам. В частности, уравнениям подобного типа удовлетворяют массивные векторные мезоны (продольные компоненты) и гравитоны [1]. Скалярное поле с минимальной связью с кривизной используется в моделях инфляции в ранней Вселенной [7]. В случае неконформной связи скалярного поля с кривизной добавочные неконформные вклады являются, в ряде случаев, доминирующими в вакуумных средних тензора энергии-импульса. Исследование неконформного скалярного поля представляет не только самостоятельный интерес, но и обусловлено невозможностью сохранить конформную инвариантность не только эффективного действия, но и просто действия в случае взаимодействующего квантованного поля [2]. Поэтому обобщение метода диагонализации гамильтониана для случая неконформной связи скалярного поля с кривизной являлось актуальной и важной задачей. Эта задача была решена автором в работах **2**, **5**, **27**.

Модели с различными типами неминимальной связи полей с кривизной и их приложения активно исследуются в настоящее время. В плоском пространстве-времени существует эквивалентный обычному подходу формализм Даффина-Кеммера-Петью, в котором волновые уравнения для полей спина ноль и один записываются в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка (см., например, § 4.4 в [5]). В связи с этим, возникает вопрос возможно ли эквивалентное описание неминимальной связи с кривизной в таком формализме в искривлённом пространстве-времени, или же такой формализм приводит к преимущественному выделению каких-либо типов связи полей с кривизной? Эквивалентность и соответствующие обобщённые уравнения получены автором в работе **13**.

Однако, многие типы неминимальной связи скалярного поля с кривизной приводят к наличию в метрическом тензоре энергии импульса (ТЭИ) скалярного поля производных от метрики третьего и четвёртого порядка и тем самым к значительным

проблемам при построении квантовой теории с высшими производными. Автором, в работе **8**, предложена связь с кривизной Гаусса-Бонне типа, когда скалярное поле связано с кривизной посредством инварианта Гаусса-Бонне. В этом случае, в отличие от многих других обобщений, метрический ТЭИ поля не содержит производных от метрики выше второго порядка.

Детальное исследование процесса формирования пар рожденных частиц, было проведено в работе [8] для случая скалярного поля с конформной связью с кривизной. Предложенный в [8] метод пространственно-временной корреляционной функции позволил отличать реальные рожденные частицы от виртуальных, выявить роль горизонтов в рождении частиц и т.д. Обобщение такого метода исследования процесса рождения частиц, предложенного на неконформный случай отсутствовало и трактовалось некоторыми авторами [9], как аргумент в пользу выбора в волновом уравнении для скалярного поля только конформной связи. Метод пространственно-временной корреляционной функции был обобщён на неконформный случай автором в работах **16**, **28**.

Наиболее важной величиной, характеризующей материю в общей теории относительности, является тензор энергии-импульса. Он играет роль источника гравитационного поля в уравнениях Эйнштейна. Для учёта обратного влияния квантованного поля на геометрию пространства-времени в правую часть уравнений Эйнштейна подставляют кроме ТЭИ фоновой материи средние ТЭИ квантованного поля по некоторому (например, по вакуумному) квантовому состоянию. Вычисление вакуумного ТЭИ для конформного скалярного поля было осуществлено для многих масштабных факторов (см., например, [1]). В то же время, точного вычисления перенормированного ТЭИ для скалярного поля в моделях с фантомной материей ранее не было сделано, а для неконформного поля вычисления были проведены лишь в ограниченном числе моделей. Открытие ускоренного расширения Вселенной сделало актуальным вычисление эффекта рождения частиц и вакуумного ТЭИ для конформного скалярного поля в модели с фантомной материей, что на примере точно решаемой модели было рассмотрено автором в работе **20**. Было показано, что обратным влиянием конформного скалярного поля на метрику пространства-времени можно пренебречь во всей области применимости подхода квантовой теории в искривлённом пространстве, а вывод работы [10] о возможности предотвращения сингулярности Большого разрыва за счёт квантовых эффектов скалярного поля не обоснован, т.к. времена, когда такое влияние становится существенным, в действительности, порядка и меньше планковского времени до Большого разрыва, что требует полного учёта собственно квантовогравитационных эффектов.

При вычислении средних наблюдаемых величин для билинейных по полю операторов по любому состоянию появляются расходимости, т.к. билинейные операторы содержат произведения операторнозначных обобщённых функции. Поэтому необходимо использовать некоторую процедуру устранения расходимостей, которая должна быть обоснована в терминах перенормировок. Одна из наиболее эффективных

процедур перенормировок в случае однородных изотропных пространств является n -волновая процедура Зельдовича-Старобинского [11]. В связи с активным исследованием многомерных моделей и неминимальных связей с кривизной представляло интерес обобщение n -волновой процедуры для многомерного случая, для связи с кривизной типа гаусса-Бонне, получение новых результатов для перенормированного ТЭИ неконформного скалярного поля. Новые результаты по обобщению и обоснованию n -волновой процедуры и вычисление перенормированного ТЭИ неконформного скалярного поля представлены в работах автора **1, 7, 8, 10**.

Рождение частиц гравитационным полем представляет не только теоретический интерес. Возможное приложение теории рождения частиц гравитацией ранней Вселенной к важнейшей на сегодняшний день проблеме современной физики — проблеме тёмной материи, наблюдаемой во Вселенной, также рассмотрено в диссертации. Как известно из наблюдений, примерно двадцать три процента вещества Вселенной составляет тёмная материя неизвестной природы. Эта материя не взаимодействует с электромагнитным полем и проявляет себя только через гравитацию. В диссертации исследована гипотеза о том, что часть или вся тёмная материя во Вселенной состоит из сверхтяжёлых слабо взаимодействующих частиц с массой порядка масштаба теории Великого объединения. Эти частицы были рождены гравитационным полем ранней Вселенной из вакуума. Масса их была порядка массы Великого объединения. Полученное в результате вычислений эффекта рождения число этих частиц оказывается порядка числа Эддингтона-Дирака ($\approx 10^{80}$), т.е. совпадает с наблюдаемым барионным зарядом Вселенной. Это указывает на то, что распад этих частиц на кварки и лептоны в эру Великого объединения с несохранением барионного заряда и CP -несохранением объясняет появление видимого вещества с наблюдаемыми свойствами. Нарушение симметрии Великого объединения, приводящее к сохранению барионного заряда, может привести к сохранению еще одного заряда, который несут сверхтяжёлые частицы, не успевшие распасться ко времени соответствующего фазового перехода (долгоживущие их компоненты, вводимые по аналогии с долгоживущим K -мезоном). Предполагая взаимодействие этих оставшихся частиц с барионным зарядом, опять таки используя аналогию с процессом регенерации K -мезонов, учитывая современное количество этих частиц, составляющих по нашей гипотезе тёмную материю, получим, что взаимодействие их с барионным зарядом — слабое, но было эффективным в ранней Вселенной. Стабильные долгоживущие частицы тёмной материи, однако, могут превращаться в нестабильные короткоживущие частицы в активных ядрах галактик (АЯГ). Если АЯГ являются вращающимися чёрными дырами, то в них возможны столкновения частиц при высокой энергии вблизи горизонта событий чёрной дыры или процесс Пенроуза, при котором возможен распад тяжёлой частицы на две, одна из которых обладает отрицательной энергией, другая же вылетает с большей энергией, чем у исходной частицы. Последующий распад продуктов взаимодействия частиц у горизонта чёрной дыры АЯГ даёт возможность объяснения событий, наблюдаемых группой Оже в Аргентине [12, 13].

В настоящее время имеются вполне убедительные наблюдения, говорящие в пользу существования чёрных дыр. В связи с возможной важной ролью активных ядер галактик, которые согласно общепринятому представлению представляют собой сверхмассивные чёрные дыры, в физике космических лучей сверхвысокой энергии в диссертации рассматриваются и некоторые вопросы физики чёрных дыр. Это вопрос об энергии столкновения частиц вблизи горизонта вращающихся чёрных дыр и извлечении энергии при процессах столкновения. В недавних работах [14, 15] утверждалось, что в отличие от случая экстремально вращающейся чёрной дыры, для реальных астрофизических чёрных дыр энергия столкновения частиц, падающих в чёрные дыры, не может быть очень большой. Однако, как было показано в нашей работе **21**, при учёте возможного промежуточного взаимодействия падающей частицы с частицей аккреционного диска или при распаде частицы вблизи горизонта событий, последующее столкновение с другой падающей на чёрную дыру частицей может иметь неограниченно большую энергию в системе центра масс. В результате, чёрные дыры могут играть роль космических суперколлайдеров, в которых имеют место процессы взаимодействия элементарных частиц с энергиями, недостижимыми в земных условиях. При этом гравитация чёрных дыр может ускорять и нейтральные частицы, в том числе и частицы тёмной материи, возможно и сверхтяжёлые. Это указывает на принципиальную возможность наблюдения в астрофизических объектах последствий процессов взаимодействия таких частиц. Таким образом, не только ранняя Вселенная в прошлом, но и чёрные дыры в настоящем являются ускорителями, предоставляемыми нам Природой.

Отметим, что при теоретическом описании чёрных дыр как в специальной, так и в популярной литературе широко распространены неверные утверждения. Например, часто встречается утверждение о возможности увидеть падающим в чёрную дыру наблюдателем бесконечного будущего внешней по отношению к чёрной дыре Вселенной. В диссертации, следуя нашей работе **17**, показано, в частности, что такое утверждение неверно и увидеть бесконечное будущее при свободном падении на чёрную дыру невозможно.

Таким образом, актуальность работы объясняется как общетеоретическим интересом к разработке методов расчёта квантовых эффектов в искривлённом пространстве-времени (рождение частиц, перенормировка тензора энергии-импульса, обратное влияние квантованного поля на пространственно-временную метрику), к исследованию эффектов в физике чёрных дыр, к проблеме состава и свойств тёмной материи, так и практическим интересом к объяснению экспериментальных данных по анизотропии космических лучей сверхвысокой энергии, полученных в последние годы.

Ц е л ь ю настоящей работы является теоретическое исследование эффектов квантовой теории поля в искривлённом пространстве-времени, в частности, рождения частиц сильным гравитационным полем в космологических моделях; исследование возможности того, что наблюдаемая тёмная материя (вся или некоторая её

часть) представляет собой реликтовые сверхмассивные частицы, рождённые гравитацией ранней Вселенной, распады которых проявляются в настоящее время в виде наблюдаемых космических лучей сверхвысокой энергии; а также исследование некоторых вопросов физики чёрных дыр, связанных с движением частиц в них и их ролью как космических ускорителей частиц до сверхвысоких энергий.

Н а у ч н а я н о в и з н а работы заключается в следующем.

В отличие от предшествующих работ, где в методе диагонализации гамильтониана неконформного скалярного поля использовался гамильтониан, построенный по метрическому тензору энергии-импульса и выражения для плотности рождённых частиц были расходящимися, в данной работе построен обобщённый канонический гамильтониан, диагонализация которого приводит к конечным значениям плотности рождающихся в нестационарной однородной изотропной метрике и в анизотропной асимптотически-статической метрике скалярных частиц с неконформной связью с кривизной. На этой основе, в частности, вычислено число скалярных минимально связанных частиц, рождающихся в космологических моделях со степенным масштабным фактором.

В отличие от предшествующих работ показана возможность описания неминимальной связи скалярного и векторного полей с кривизной в формализме первого порядка Даффина-Кеммера-Петью. Представлены соответствующие обобщённые уравнения Даффина-Кеммера-Петью и показана их эквивалентность уравнениям Клейна-Фока-Гордона и Прока с неминимальной связью в искривлённом пространстве-времени. В отличие от предшествующих работ, где метод пространственно-временного описания рождения пар частиц гравитационным полем с помощью пространственно-временной корреляционной функции был введён только для случая конформной связи с кривизной, дано обобщение такого подхода для скалярных полей с неконформной связью с кривизной. С помощью такого метода проведён анализ рождения пар скалярных частиц с неконформной связью с кривизной в случаях адиабатического изменения метрики однородного изотропного пространства-времени, линейного по времени масштабного фактора и пространства-времени де Ситтера.

В отличие от предшествующих работ, на основе анализа полученного точного решения для скалярного поля в модели с фантомной материей показано, что для космологических моделей с Большим разрывом обратным влиянием квантовополевых эффектов скалярного поля на метрику пространства-времени можно пренебречь, если масса поля много меньше планковской, а время до сингулярности Большого разрыва много больше планковского промежутка времени.

В отличие от предшествующих работ, где выражения для вакуумных средних тензора энергии-импульса скалярного поля с неконформной связью с кривизной рассматривались лишь в четырёхмерном случае или по вакуумному состоянию, не соответствующему в неконформном случае методу диагонализации гамильтониана, получены выражения для вакуумных средних тензора энергии-импульса скалярного поля

с произвольной связью с кривизной в N -мерном однородном изотропном пространстве для вакуума, определяемого по методу диагонализации обобщённого гамильтониана. В отличие от предыдущих работ, где n -волновая процедура рассматривалась для четырёхмерного случая или для N -мерного пространства-времени с плоскими пространственными сечениями, дано обобщение n -волновой процедуры перенормировки для N -мерного однородного изотропного пространства-времени, в частности, найдены все контрчлены n -волновой процедуры для $N = 5$ и для конформного скалярного поля в $N = 6, 7$.

Введена не рассматриваемая в предшествующих работах связь скалярного поля с кривизной типа Гаусса-Бонне, при которой в тензоре энергии-импульса материального поля не появляются высшие производные метрики. Найден тензор энергии-импульса для такой связи с кривизной, даны обобщения метода диагонализации гамильтониана и n -волновой процедуры перенормировки вакуумных средних тензора энергии-импульса для этого случая.

В отличие от предшествующих работ, вакуумные средние тензора энергии-импульса квантованного скалярного поля с неконформной связью с кривизной в квазиевклидовом пространстве-времени представлены в неконформном приближении малого времени в виде функционалов явного вида от масштабного фактора метрики и показано, что дополнительные вклады, возникающие за счет неконформной связи с кривизной, доминируют по сравнению с ранее известными конформными вкладами. В случае масштабных факторов, зависящих от времени степенным образом плотность энергии вычислена точно.

Введена и исследована гипотеза о том, что часть или вся тёмная материя во Вселенной состоит из сверхтяжёлых слабо взаимодействующих частиц с массой порядка масштаба теории Великого объединения, рождённых гравитационным полем ранней Вселенной. Представлена модель, в которой короткоживущая компонента таких частиц при распаде может образовать наблюдаемый барионный заряд Вселенной, долгоживущая компонента при распаде создаёт наблюдаемую энтропию, а некоторая часть сверхтяжёлых частиц, распадаясь в нашу эпоху в окрестности сверхмассивных чёрных дыр активных ядер галактик, создаёт наблюдаемый поток космических лучей сверхвысокой энергии с анизотропией, наблюдаемой установкой по поиску космических лучей имени Пьера Оже.

В отличие от предшествующих работ, где утверждалось, что энергия столкновения частиц, падающих на вращающиеся чёрные дыры, для реальных астрофизических чёрных дыр ограничена, показано, что при учёте возможности распада или взаимодействия с другой частицей в окрестности горизонта событий чёрной дыры энергия столкновения в системе центра масс может быть неограниченно велика и для реальных вращающихся астрофизических чёрных дыр. Показано, что благодаря процессу Пенроуза излучаемые в результате столкновений и распадов в эргосфере чёрных дыр частицы могут иметь на больших расстояниях от вращающихся чёрных дыр ультрарелятивистские энергии.

В отличие от встречающихся в популярной и специальной литературе утверждений о возможности наблюдения падающим в чёрную дыру космонавтом бесконечного будущего внешней по отношению к чёрной дыре Вселенной показано, что такое наблюдение невозможно.

Т е о р е т и ч е с к о е з н а ч е н и е результатов диссертационного исследования заключается в том, что развитый метод диагонализации обобщённого гамильтониана позволяет решить проблему корпускулярной интерпретации и расчёта рождения неконформных скалярных частиц в искривлённом пространстве-времени. Развитые методы перенормировки позволяют решать задачи расчёта квантовых эффектов для скалярного поля с произвольной связью с кривизной в том числе и для многомерных моделей пространства-времени, что актуально в связи с популярной сейчас точкой зрения о наличии добавочных измерений в мире элементарных частиц. Результаты, полученные для однородного изотропного пространства-времени с конкретными масштабными факторами, обеспечивают теорию эффективной техникой анализа с помощью рассмотренных моделей. Предложенное в работе обобщённое уравнение Даффина-Кеммера-Петью позволяет использовать общековариантный формализм первого порядка для описания неминимальной связи скалярного и векторного полей с кривизной. Полученные в диссертации новые результаты о столкновениях частиц в окрестности чёрных дыр показывают принципиальную возможность наблюдения в астрофизике последствий взаимодействия частиц со сверхвысокими энергиями, недостижимыми в современных коллайдерах. В диссертации развито новое направление, связанное с формированием и исследованием гипотезы о том, что сверхтяжёлые частицы, рождённые гравитационным полем ранней Вселенной, могут составлять наблюдаемую тёмную материю, а их распады в настоящее время в активных ядрах галактик приводят к наблюдаемому потоку космических лучей сверхвысокой энергии.

П р а к т и ч е с к о е з н а ч е н и е. Полученные в диссертации результаты и развитые методы могут быть использованы в исследованиях по квантовой теории поля в искривлённом пространстве-времени, теории рождения частиц гравитационным полем, космологии ранней Вселенной, физике чёрных дыр, астрофизике космических лучей сверхвысокой энергии. Предположения разработанной гипотезы о частицах с массой порядка масштаба Великого объединения, как составной части тёмной материи, и их распадах как источнике космических лучей сверхвысокой энергии, могут быть использованы при интерпретации данных в экспериментальных исследованиях космических лучей сверхвысокой энергии, например, на международной установке им. П. Оже в Аргентине, использованы и проверены при интерпретации данных в будущих экспериментах по поиску частиц тёмной материи.

На защиту выносятся следующие основные положения диссертации:

1. Разработанный метод диагонализации обобщенного гамильтониана позволяет получить конечные выражения для плотности числа рождённых в нестационарной метрике однородного изотропного пространства-времени и в анизотропной

асимптотически-статической метрике скалярных частиц с неконформной связью с кривизной, рассчитать рождение неконформных частиц в ранней фридмановской Вселенной, в частности, во фридмановских космологических моделях со степенным масштабным фактором.

2. Введённые обобщённые уравнения Даффина-Кеммера-Петью показывают возможность эквивалентного описания неминимальной связи с кривизной скалярного и векторного полей в общековариантном формализме первого порядка.

3. Метод пространственно-временного описания рождения частиц гравитационным полем, введённый ранее для случая конформно связанного скалярного поля, допускает обобщение на случай массивного скалярного поля с неконформной связью с кривизной. При определении вакуумного состояния по методу диагонализации гамильтониана, приводящему к конечному значению плотности рождённых частиц, такой метод приводит к следующим результатам: при адиабатическом изменении метрики однородного изотропного пространства-времени, а также в случае пространства-времени де Ситтера рождения массивных скалярных частиц гравитационным полем не происходит, соответствующие квазичастицы следует интерпретировать как виртуальные пары.

4. Новое точное решение уравнения для скалярного поля с начальными условиями, соответствующими методу диагонализации гамильтониана, для космологической модели с Большим разрывом может быть в явном виде выражено через вырожденную гипергеометрическую функцию Трикоми. Обратным влиянием эффекта рождения частиц и поляризацией вакуума скалярного поля в точно решаемой модели с фантомным уравнением состояния можно пренебречь, если масса поля много меньше планковской, а время до сингулярности Большого разрыва много больше планковского промежутка времени.

5. Выражения для вакуумных средних тензора энергии-импульса скалярного поля с неконформной связью с кривизной в N -мерном однородном изотропном пространстве для вакуума, определяемого по методу диагонализации гамильтониана, могут быть представлены как интегралы от спектральных плотностей, явно выраженных через временную составляющую скалярного поля. Разработанная обобщённая n -волновая процедура позволяет вычислить перенормированные вакуумные средние тензора энергии-импульса для N -мерного однородного изотропного пространства-времени. Геометрические структуры, получаемые при использовании размерной регуляризации, первых трех вычитаний в n -волновой процедуре и в методе эффективного действия совпадают. Найденные новые контрчлены позволяют получить перенормированные значения вакуумных средних для конформного скалярного поля в случае размерностей $N = 6, 7$. Все вычитания n -волновой процедуры для скалярного поля с неконформной связью с кривизной в 4-х и в 5-и мерных однородных изотропных пространствах соответствуют перенормировке констант затривочного гравитационного лагранжиана.

6. Выражения для тензора энергии-импульса и контрчлены к его вакуумным

средним для скалярного поля со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне, при которой метрический тензор энергии-импульса не содержит производных от метрики выше второго порядка, могут быть представлены в явном виде как интегралы от соответствующих спектральных плотностей. Найденные контрчлены позволяют получить перенормированные значения вакуумных средних тензора энергии-импульса для скалярного поля со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне в случае однородных изотропных моделей пространства-времени размерностей $N = 4, 5$. Геометрические структуры, получаемые при использовании размерной регуляризации, в N -мерном пространстве-времени при связи с кривизной типа Гаусса-Бонне первых трех вычитаний в n -волновой процедуре и в методе эффективного действия совпадают.

7. Вакуумные средние тензора энергии-импульса квантованного скалярного поля с неконформной связью с кривизной в квазиевклидовом пространстве-времени в случае введённого неконформного приближения малого времени могут быть представлены в явном виде как функционалы от масштабного фактора метрики. В случае масштабных факторов, зависящих от времени степенным образом, плотность энергии может быть вычислена точно. Дополнительные вклады, возникающие за счет неконформной связи с кривизной, доминируют по сравнению с ранее известными конформными вкладами.

8. Предложенная гипотеза о том, что часть или вся тёмная материя во Вселенной состоит из сверхтяжёлых слабо взаимодействующих частиц с массой порядка масштаба теории Великого объединения, приводит, при значении массы порядка 10^{14} ГэВ, к тому, что число таких частиц, рождающихся гравитационным полем ранней фридмановской вселенной оказывается равным по порядку величины числу Эддингтона-Дирака 10^{80} . Представлена модель, в которой короткоживущая компонента таких частиц при распаде может образовать наблюдаемый барионный заряд Вселенной. Долгоживущая компонента при распаде, за счёт слабого взаимодействия с частицами, несущими барионный заряд, в расширяющейся Вселенной создаёт наблюдаемую энтропию. Оставшаяся часть долгоживущих частиц образует наблюдаемую тёмную материю. Некоторая малая часть сверхтяжёлых частиц, распадаясь в нашу эпоху в условиях, имеющих в окрестности сверхмассивных чёрных дыр активных ядер галактик, может создавать наблюдаемый поток космических лучей сверхвысокой энергии с анизотропией, наблюдаемой установкой по поиску космических лучей имени Пьера Оже.

9. Энергия столкновения вблизи горизонта событий вращающихся чёрных дыр для свободно падающих частиц в системе их центра масс может иметь неограниченно большие значения не только для экстремально вращающихся, но и для реальных астрофизических чёрных дыр. Благодаря процессу Пенроуза излучаемые в результате столкновений и распадов в эргосфере чёрных дыр частицы могут иметь на больших расстояниях от вращающихся чёрных дыр ультрарелятивистские энергии.

10. Для свободно падающего в чёрную дыру наблюдателя, можно показать, что наблюдение бесконечного будущего внешней по отношению к чёрной дыре Вселенной

невозможно.

Из совокупности сформулированных положений следует, что в диссертации решена **научная проблема** корпускулярной интерпретации и расчёта квантовых эффектов неконформных скалярных полей в искривлённом пространстве-времени, что вносит вклад в квантовую теорию поля и способствует дальнейшему развитию теории фундаментальных взаимодействий. В диссертационной работе получены новые результаты в области физики чёрных дыр. В диссертации развито **новое направление**, связанное с формированием и исследованием гипотезы о том, что сверхтяжёлые частицы, рождённые гравитационным полем ранней Вселенной, могут составлять наблюдаемую тёмную материю, а их распады в настоящее время в активных ядрах галактик приводят к наблюдаемому потоку космических лучей сверхвысокой энергии.

Д о с т о в е р н о с т ь полученных результатов и выводов основывается на использовании экспериментально и теоретически установленных принципах квантовой теории поля и общей теории относительности, корректности использованных математических методов.

Достоверность конкретных результатов вычислений подтверждается, кроме того, сравнением в предельных случаях с результатами, полученными ранее другими авторами. Во всех случаях, когда более общий результат, полученный в диссертации, должен совпадать с ранее опубликованным частным результатом, такое согласие имеется.

П у б л и к а ц и и. В ходе исследований по теме диссертации опубликована одна глава в монографии и 30 статей. Из них 21 статья в ведущих отечественных и зарубежных рецензируемых научных журналах, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени доктора наук согласно перечня ВАК.

Личный вклад автора. Диссертанту принадлежат постановка и решение сформулированной в работе научной проблемы, все представленные вычисления. В работах по теме диссертации, написанных в соавторстве с А.А. Грибом (по гипотезе сверхтяжёлых частиц и эффектам, связанным с физикой чёрных дыр) и в одной статье [1] с другими соавторами: M. Bordag, J. Lindig, В.М. Мостепаненко (по исследованию вакуумного тензора энергии-импульса неконформного скалярного поля в квазиевклидовом гравитационном поле), постановка задач, определение направлений исследования, а также обсуждение полученных результатов осуществлялось совместно. Все другие представленные в диссертации результаты, положения и выводы принадлежат автору и выполнены им самостоятельно.

А п р о б а ц и я р а б о т ы. Основные результаты докладывались на следующих конференциях и семинарах: IX Российской гравитационной конференции (Новгород, 24–30 июня 1996 г.), M. Wallenberg симпозиуме, посвященном 150-летию С.В. Ковалевской (Стокгольм, Швеция, 18–22 июня 2000 г.), V международной кон-

ференции по космомикрoфизике КОСМИОН-2001, посвященной 80-летию А.Д. Сахарова (Москва — Санкт-Петербург, 21–30 мая 2001 г.), V международной конференции по квантовой теории полей при учете влияния внешних условий (Лейпциг, Германия, 10–14 сентября 2001 г.), V международной конференции по гравитации и астрофизике стран азиатско-тихоокеанского региона (Москва, 1–7 октября 2001 г.), Международной конференции “Дни дифракции — 2004” (Санкт-Петербург, 29 июня — 2 июля, 2004 г.), VI международной конференции по космомикрoфизике КОСМИОН-2004, посвященной 90-летию со дня рождения Я.Б. Зельдовича (Москва — Санкт-Петербург — Париж, 2–15, 20–26 сентября 2004 г.), Международной конференции “Дни дифракции — 2005” (Санкт-Петербург, 28 июня — 1 июля, 2005 г.), Международной конференции по гравитации, космологии, астрофизике и нестационарной газодинамике, посвященной 90-летию со дня рождения профессора К.П. Станюковича (Москва, 1–6 марта 2006 г.), Российской летней школе-семинаре "Современные теоретические проблемы гравитации и космологии", GRACOS – 2007 (Казань–Яльчик, 9–16 сентября 2007 г.), 13-й Российской гравитационной конференции – международной конференции по гравитации, космологии и астрофизике, RUSGRAV-13 (РУДН, Москва, 23–28 июня, 2008 г.), 4-й Международной сахаровской конференции по физике (Москва, 18–23 мая, 2009 г.), Второй Российской летней школе-семинаре “Современные теоретические проблемы гравитации и космологии” GRACOS – 2009 (Казань–Яльчик, 24–29 августа 2009 г.), Международной конференции “Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики” RUDN-10 (РУДН, Москва, 27 июня — 3 июля 2010 г.), на научных семинарах Института проблем машиноведения РАН, Института прикладной астрономии РАН, кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц физического факультета СПбГУ, отдела теоретической астрофизики АКЦ ФИАН, городских межвузовских семинарах по космологии и гравитации при РГПУ им. А.И.Герцена.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав основного текста, заключения и списка литературы из 243 наименований. Общий объем диссертации составляет 280 страниц, включая 17 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, представлен **обзор литературы**, отображающий современное состояние рассматриваемых в диссертации вопросов квантовой теории в искривлённом пространстве времени, астрофизики космических лучей сверхвысокой энергии, физики чёрных дыр, сформулированы цели работы, даётся представление об основном содержании работы, перечислены основные положения диссертации, выносимые на защиту.

В первой главе “Волновые уравнения в искривлённом пространстве-времени и метод диагонализации гамильтониана для неконформных скалярных полей” рассматриваются волновые уравнения в искривлённом пространстве-времени и метод

диагонализации гамильтониана для неконформных скалярных полей. В § 1.1 обсуждаются вопросы о записи уравнений для скалярного и векторного полей в пространстве с кривизной. Рассматриваются минимально и неминимально связанные с кривизной поля, конформная инвариантность уравнений, вводится связь скалярного поля с кривизной Гаусса-Бонне типа.

Так, комплексное скалярное поле $\varphi(x)$ массы m с уравнением

$$(\nabla^i \nabla_i + V_g + m^2) \varphi(x) = 0 \quad (1)$$

(используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$, \hbar – постоянная Планка, c – скорость света) и соответствующим лагранжианом

$$L(x) = \sqrt{|g|} [g^{ik} \partial_i \varphi^* \partial_k \varphi - (m^2 + V_g) \varphi^* \varphi], \quad (2)$$

где $|g| = |\det(g_{ik})|$, ∇_i – ковариантные производные в N -мерном пространстве-времени, V_g – функция инвариантных комбинаций метрического тензора g_{ik} и его частных производных, при $V_g = 0$ – это уравнение с минимальной связью. При $V_g = \xi R$, где $\xi = \text{const}$, R – скалярная кривизна пространства-времени, это обычно рассматриваемое уравнение скалярного поля с неконформной связью с кривизной. Конформная инвариантность безмассового уравнения имеет место только при $\xi = \xi_c = (N - 2)/(4(N - 1))$ (конформная связь). Произвольное V_g приводит к наличию в метрическом тензоре энергии-импульса скалярного поля, а следовательно, и в уравнениях Эйнштейна производных от метрики третьего и более высоких порядков. Если потребовать, чтобы метрический тензор энергии-импульса не содержал производных от метрики выше второго порядка, тогда в качестве V_g допустима следующая функция

$$V_g = \xi R + \zeta R_{GB}^2, \quad R_{GB}^2 \stackrel{\text{def}}{=} R_{lmpq} R^{lmpq} - 4R_{lm} R^{lm} + R^2 \quad (3)$$

(связь типа Гаусса-Бонне), где R_{lmpq} – тензор кривизны, $R_{ik} = R^l{}_{ilk}$ – тензор Риччи. В $N = 4$ при постоянном $\varphi(x)$ вклад в метрический тензор энергии-импульса от члена с R_{GB}^2 отсутствует, поскольку соответствующая вариационная производная обращается в нуль. Но при переменном $\varphi(x)$ вклад от слагаемых с R_{GB}^2 необходимо учитывать, если константа ζ , размерности (масса) $^{-2}$, отлична от нуля.

В § 1.2 проведено квантование скалярного поля с $V_g = \xi R$ в однородном изотропном пространстве $x = (t, \mathbf{x})$ с метрикой

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = dt^2 - a^2(t) dl^2 = a^2(\eta) (d\eta^2 - dl^2), \quad (4)$$

где $dl^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$ – метрика $(N - 1)$ -мерного пространства постоянной кривизны, $K = 0, \pm 1$. В метрике (4) переменные в уравнении (1) могут быть разделены:

$$\varphi(x) = a^{-(N-2)/2} \tilde{\varphi} = \frac{g_\lambda(\eta)}{a^{(N-2)/2}(\eta)} \Phi_J(\mathbf{x}), \quad (5)$$

$$g''_{\lambda}(\eta) + \Omega^2(\eta) g_{\lambda}(\eta) = 0, \quad (6)$$

$$\Delta_{N-1} \Phi_J = - \left(\lambda^2 - \left(\frac{N-2}{2} \right)^2 K \right) \Phi_J, \quad (7)$$

где Δ_{N-1} — оператор Лапласа-Бельтрами в $(N-1)$ -мерном пространстве постоянной кривизны, $\Omega(\eta)$ — осцилляторная частота:

$$\Omega^2(\eta) = m^2 a^2 + \lambda^2 - \Delta \xi a^2 R, \quad \Delta \xi = \xi_c - \xi, \quad (8)$$

J — набор индексов (квантовых чисел), нумерующих собственные функции оператора Лапласа-Бельтрами. В $(N-1)$ -мерных сферических координатах $J = \{\lambda, l, \dots, m\}$. Приведены свойства собственных функций оператора Лапласа-Бельтрами.

Метод диагонализации гамильтониана излагается в § 1.3. Диагонализация метрического и канонического гамильтонианов скалярного поля осуществлена в § 1.3.1. В § 1.3.2 проведено построение и диагонализация гамильтониана, канонического для переменных, в которых уравнения движения не содержат первых производных по времени, который и решает проблему получения конечных выражений для плотности рождённых в гравитационном поле частиц.

Прибавив к плотности лагранжиана (2) N -дивергенцию $\partial J^i / \partial x^i$ (уравнения движения при этом не изменяются), где в системе координат (η, \mathbf{x}) N -вектор J^i имеет вид

$$J^i = \left(\frac{N-2}{2} \sqrt{\gamma} c \tilde{\varphi}^* \tilde{\varphi}, 0, \dots, 0 \right), \quad (9)$$

и выбрав в качестве обобщенных координат $\tilde{\varphi}(x) = a^{(N-2)/2}(\eta) \varphi(x)$ и $\tilde{\varphi}^*(x)$, т.е. переменные для которых уравнение движения не содержит первых производных по времени, получим следующий канонический (для так выбранных переменных и такого лагранжиана) гамильтониан

$$H^{\text{mod}}(\eta) = \int d^{N-1}x \sqrt{\gamma} \left\{ \tilde{\varphi}^* \tilde{\varphi}' + \gamma^{\alpha\beta} \partial_{\alpha} \tilde{\varphi}^* \partial_{\beta} \tilde{\varphi} + \left[m^2 a^2 - \Delta \xi a^2 R + \left(\frac{N-2}{2} \right)^2 K \right] \tilde{\varphi}^* \tilde{\varphi} \right\}. \quad (10)$$

В операторной форме

$$H^{\text{mod}}(\eta) = \int d\mu(J) \left\{ E_J(\eta) \left(\overset{*}{a}_J^{(+)} a_J^{(-)} + \overset{*}{a}_J^{(-)} a_J^{(+)} \right) + F_J(\eta) \overset{*}{a}_J^{(+)} a_J^{(+)} + F_J^*(\eta) \overset{*}{a}_J^{(-)} a_J^{(-)} \right\}, \quad (11)$$

где $E_J(\eta)$, $F_J(\eta)$ — некоторые функции. Отметим, что для скалярного поля с конформной связью гамильтониан (10), (11) совпадает с построенным по метрическому тензору энергии импульса.

Начальными условиями на функции $g_{\lambda}(\eta)$, при которых гамильтониан (11) диагонален в момент времени η_0 по операторам $\overset{*}{a}_J^{(\pm)}$, $a_J^{(\pm)}$, являются

$$g'_{\lambda}(\eta_0) = i \Omega(\eta_0) g_{\lambda}(\eta_0), \quad |g_{\lambda}(\eta_0)| = 1 / \sqrt{\Omega(\eta_0)}. \quad (12)$$

Диагонализуя гамильтониан (11) по операторам $b_J^{(\pm)}, b_J^{(\pm)}$, связанным с $a_J^{(\pm)}, a_J^{(\pm)}$ зависящими от времени боголоубовскими преобразованиями:

$$\begin{cases} a_J^{(-)} = \alpha_J^*(\eta) b_J^{(-)}(\eta) - (-1)^m \beta_J(\eta) b_J^{(+)}(\eta), \\ a_J^{(+)} = \alpha_J^*(\eta) b_J^{(+)}(\eta) - (-1)^m \beta_J(\eta) b_J^{(-)}(\eta), \end{cases} \quad (13)$$

получим

$$H(\eta) = \int d\mu(J) \Omega(\eta) \left(b_J^{(+)} b_J^{(-)} + b_J^{(-)} b_J^{(+)} \right). \quad (14)$$

При этом осцилляторная частота $\Omega(\eta)$ имеет смысл энергии соответствующих частиц.

Вакуумное состояние, определяемое равенствами

$$b_J^{(-)} |0_\eta\rangle = b_J^{(+)} |0_\eta\rangle = 0, \quad (15)$$

в случае нестационарной метрики оказывается зависящим от времени. Число рожденных пар квазичастиц в единице объема пространства (в случае $N = 4$) равно [1]

$$n(\eta) = \frac{1}{2\pi^2 a^3(\eta)} \int d\mu(J) S_\lambda(\eta), \quad (16)$$

где $S_\lambda(\eta) = |\beta_\lambda(\eta)|^2$. Показано, что функция

$$S_\lambda(\eta) = |\beta_\lambda(\eta)|^2 = \frac{|g'_\lambda(\eta) - i\Omega g_\lambda(\eta)|^2}{4\Omega} \quad (17)$$

удовлетворяет уравнению

$$S_\lambda(\eta) = \frac{1}{2} \int_{\eta_0}^{\eta} d\eta_1 w(\eta_1) \int_{\eta_0}^{\eta_1} d\eta_2 w(\eta_2) (1 + 2S_\lambda(\eta_2)) \cos[2\Theta(\eta_2, \eta_1)], \quad (18)$$

где $w(\eta) = \Omega'(\eta)/\Omega(\eta)$ и

$$\Theta(\eta_1, \eta_2) = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \Omega(\eta) d\eta.$$

Найдена асимптотика $S_\lambda(\eta)$, при $\lambda \rightarrow \infty$: $S_\lambda \sim \lambda^{-6}$. Следовательно, интеграл в (16) сходится и поэтому в четырехмерном пространстве-времени плотность числа рожденных частиц, определяемых по методу диагонализации введенного гамильтониана (11), конечна и в неконформном случае, что и решает проблему корпускулярной интерпретации для скалярного поля с неконформной связью с кривизной.

Обобщение метода диагонализации гамильтониана на случай анизотропных метрик и связи с кривизной общего вида представлено в § 1.4.

В § 1.5 рассматриваются вопросы о связи с кривизной скалярного и векторного полей в формализме Даффина-Кеммера-Петью (ДКП), в котором волновые уравнения свободных полей, записываются в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка. В § 1.5.1 изложен формализм ДКП для скалярного и векторного полей с минимальной связью в N -мерном пространстве-времени. ДКП уравнение для поля с массой $m \neq 0$ в плоском пространстве имеет вид

$$(i\beta^a \partial_a - m)\psi = 0, \quad (19)$$

где матрицы β^a удовлетворяют соотношениям

$$\beta^a \beta^b \beta^c + \beta^c \beta^b \beta^a = \beta^a \eta^{bc} + \beta^c \eta^{ba}, \quad (20)$$

(η^{ab}) — постоянная диагональная матрица (в частности, это может быть (η^{ab}) = $\text{diag}(1, -1, \dots, -1)$). ДКП алгебра матриц β^a при $N = 4$ имеет неприводимые одномерное (тривиальное), пятимерное (соответствующее спину 0) и десятимерное (соответствующее спину 1) представления. Отметим, что переход к безмассовому случаю в ДКП формализме не достигается формальной подстановкой $m = 0$ в уравнении (19). ДКП уравнение для безмассового случая имеет вид:

$$i\beta^a \partial_a \psi - \gamma \psi = 0, \quad (21)$$

где γ — вырожденная матрица, удовлетворяющая условиям

$$\beta^a \gamma + \gamma \beta^a = \beta^a, \quad \gamma^2 = \gamma. \quad (22)$$

В плоском пространстве-времени формализм ДКП, эквивалентен обычному (§ 4.4 в [5]).

В § 1.5.2 дано обобщение этого формализма для неминимальной связи скалярного и векторного полей с кривизной, представлены соответствующие обобщённые уравнения Даффина-Кеммера-Петью, рассмотрены вопросы их инвариантности и представлен лагранжев формализм. В качестве обобщенного ДКП уравнения с неминимальной связью предложено следующее уравнение

$$i\beta^k (\nabla_k + ieB_k) \left(1 + \gamma \sum \zeta_{k_1 \dots k_p} \beta^{k_1} \dots \beta^{k_p} \right) \psi - \alpha \gamma \psi - \sum V_{k_1 \dots k_q} \beta^{k_1} \dots \beta^{k_q} (1 - \gamma) \psi = 0, \quad (23)$$

где $\alpha = \text{const} \neq 0$, $e = \text{const}$, внешние поля

$$B_k(x); \quad \zeta_{k_1 \dots k_p}(x), \quad p = 0, 1, 2, \dots; \quad V_{k_1 \dots k_q}(x), \quad q = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

могут быть как величинами, связанными с кривизной R , R_{ik} , R_{iklm} , так и внешними полями произвольной природы: векторное поле $B_k(x)$ и т.д. Показано, что при соответствующем выборе внешних полей предложенное уравнение соответствует рассматриваемым неминимально связанным с кривизной скалярному и векторному полям. Рассмотрены вопросы инвариантности представленных уравнений и лагранжев ДКП формализм для неминимально связанных полей.

Глава 2 “Рождение скалярных частиц гравитационным полем и пространственно-временное описание” посвящена вопросам описания и вычисления эффекта рождения скалярных частиц гравитационным полем. В § 2.1 дано обобщение на случай неконформной связи скалярного поля с кривизной метода пространственно-временной корреляционной функции. В качестве характеристики пространственного распределения рожденных пар квазичастиц, как и в [8], рассматривается матричный элемент

$$R_0(\eta, \mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{\langle 0_\eta | \varphi_1^{(-)}(\eta, \mathbf{x}) \varphi_1^{*(-)}(\eta, \mathbf{x}') | 0 \rangle}{\langle 0_\eta | 0 \rangle}, \quad (25)$$

имеющий смысл амплитуды вероятности того, что рожденная квазичастица находится в точке \mathbf{x} в момент времени η , а антиквазичастица — в точке \mathbf{x}' . Получено, что для неконформного скалярного поля в однородном изотропном пространстве

$$R_0(\eta, \mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{a^{N-1}(\eta)} \int d\mu(J) \Phi_J(\mathbf{x}) \Phi_J^*(\mathbf{x}') P_\lambda(\eta), \quad (26)$$

где

$$P_\lambda(\eta) = \frac{i\Omega g_\lambda - g'_\lambda}{i\Omega g_\lambda + g'_\lambda}. \quad (27)$$

Функция $P_\lambda(\eta)$ удовлетворяет следующим уравнению и начальному условию:

$$P'_\lambda + 2i\Omega P_\lambda + \frac{\Omega'}{2\Omega}(P_\lambda^2 - 1) = 0, \quad P_\lambda(\eta_0) = 0. \quad (28)$$

Показано, что при адиабатическом изменении метрики однородного изотропного пространства при любом знаке кривизны пространственно-временная корреляционная функция экспоненциально мала на расстояниях, превышающих комптоновскую длину и соответствующие квазичастицы представляют собой виртуальные пары.

В § 2.2 представлены результаты по рождению конформно и минимально связанных скалярных частиц в однородных изотропных моделях со степенными масштабными факторами $a(t) = a_0 t^q$. Выражение для числа пар частиц $N_a(t) = n(t)a^{N-1}(t)$, рожденных в объеме $a^{N-1}(t)$ к моменту времени t , в интервале $0 < q < 1$ может быть записано в виде

$$N_a(t) = b_q^{(0)}(t) \cdot \left(\frac{a(t_C)}{t_C} \right)^{N-1}, \quad (29)$$

где $t_C = 1/m$ — комптоновское время. Как следует из (29), $b_q^{(0)}(t)/(1-q)^{N-1}$ — коэффициент пропорциональности между количеством рожденных пар частиц и числом причинно несвязанных областей $N_c(t) = ((1-q)a(t)/t)^{N-1}$ в комптоновский момент времени после Большого взрыва. Для неконформного скалярного поля результаты могут радикально зависеть от выбора начального момента времени. Однако, при условии $\Delta\xi R > 0$, включающем случай скалярного поля с минимальной связью во Вселенной с пылевым уравнением состояния $p = 0$ ($a(t) \sim t^{2/3}$), начальный момент времени в задаче о рождении частиц определяется требованием: $\Omega^2 \geq 0$ для любых импульсов λ . В противоположном случае (отрицательный квадрат энергии), предполагая наличие самодействия для скалярного поля, вакуумное состояние перестраивалось бы подобно механизму нарушения симметрии. Таким образом, выбираем начальное значение t_0 для неконформного скалярного поля из равенства $m^2 - \Delta\xi R(t_0) = 0$. Результаты численных расчетов коэффициента $b_q^{(0)}$ в четырёхмерном пространстве-времени для скалярных частиц с конформной связью и минимально связанных для степенных масштабных факторов $a(t) = a_0 t^q$ приведены на Рис. 1.

Дается обзор случаев, допускающих точные решения задачи о рождении частиц в космологических моделях, в которых давление пропорционально плотности энер-

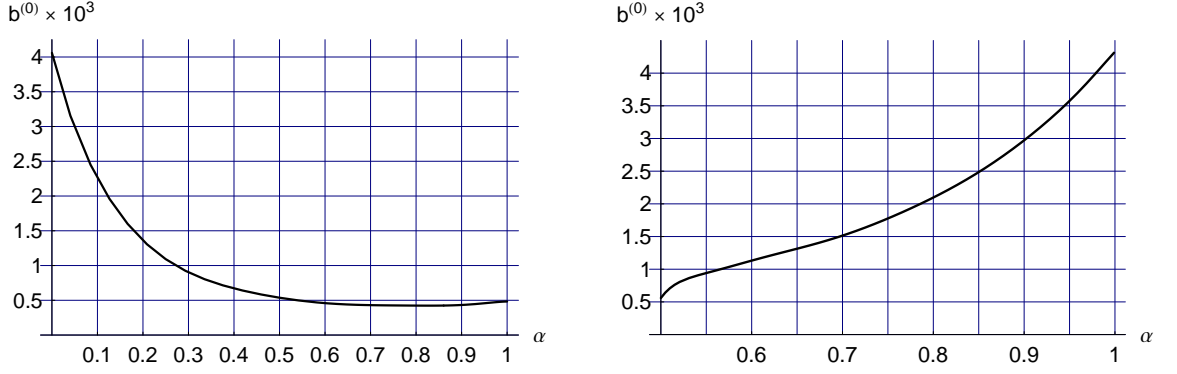


Рис. 1: $b^{(0)}$ для скалярных частиц с конформной связью (слева) и минимально связанных (справа) при $a(t) \sim t^\alpha$.

гии: $p = w\varepsilon$. К их числу относятся исключительно важная с точки зрения приложений радиационно-доминированная модель: § 2.2.1, модель с предельно жёстким уравнением состояния: § 2.2.2, модель с масштабным фактором, пропорциональным времени: § 2.2.3, космологическая модель де Ситтера: § 2.2.4. Для скалярного поля в модели де Ситтера вычислена корреляционная функция пары рождённых квази-частиц и показано, что она экспоненциально спадает на расстояниях между частицами пары, превышающих комптоновскую длину волны $l_C = 1/m$. Таким образом, при определении вакуумного состояния по методу диагонализации гамильтониана, рождения реальных частиц (как конформных, так и с неконформной связью, при $m^2 \geq \Delta\xi R$) в пространстве де Ситтера не происходит. Рождающиеся пары следует интерпретировать как пары виртуальных частиц. Этот результат соответствует локальному характеру вакуумного тензора энергии-импульса и равенству нулю мнимой части эффективного лагранжиана в пространстве де Ситтера [1]. Это не исключает однако других квантовых эффектов, в частности, исследованного многими авторами эффекта усиления мод длинноволновых возмущений минимально связанных скалярных частиц и гравитонов.

В § 2.2.5 представлено новое точное решение и рассмотрено рождение частиц для космологической модели с фантомной материей. Для значения $w = -(N+1)/(N-1)$ ($w = -5/3$ в четырехмерном пространстве-времени), когда $a = a_0/|t| = a_1/\sqrt{|\eta|}$, уравнение (6) для скалярного поля с конформной связью с кривизной может быть решено точно через вырожденные гипергеометрические функции. Решение, удовлетворяющее условиям (12) для $\eta_0 \rightarrow -\infty$, имеет вид

$$g_\lambda(\eta) = -2i\eta\sqrt{\lambda} \exp\left(-\frac{\pi m^2 a_1^2}{4\lambda} + i(\lambda\eta + \alpha_0)\right) \Psi\left(1 + \frac{im^2 a_1^2}{2\lambda}, 2; -2i\lambda\eta\right), \quad (30)$$

где $\Psi(a, b; z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция Трикоми, α_0 — произвольная вещественная постоянная. На Рис. 2 представлена зависимость плотности числа рожденных частиц от времени при $N = 4$. Пунктирная прямая соответствует асимптотическому значению $n = m^3/(24\pi^2)$. Как видно из Рис. 2, рождение частиц

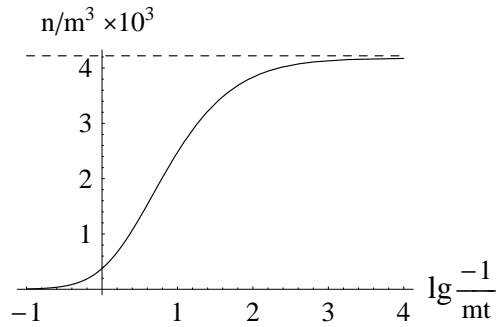


Рис. 2: Зависимость плотности рожденных частиц от времени ($w = -5/3$).

начинается главным образом вблизи комптоновского времени $t_C = -1/m$ перед моментом Большого Разрыва.

Обзор точных решений в других однородных изотропных космологических моделях, в которых давление не пропорционально плотности энергии, представлен в § 2.3.

В главе 3 “Перенормировка тензора энергии-импульса” рассматривается перенормировка вакуумных средних тензора энергии-импульса скалярного поля с неконформной связью с кривизной в N -мерном однородном изотропном пространстве-времени. В § 3.1 излагается n -волновая процедура перенормировки. Геометрическая структура контрчленов в методе эффективного действия найдена в § 3.1.1. Вакуумный ТЭИ скалярного поля в N -мерном однородном изотропном пространстве представлен в § 3.1.2. Обобщение n -волновой процедуры для многомерных однородных изотропных пространств дано в § 3.1.3.

Получены формулы, определяющие неперенормированные средние ТЭИ комплексного скалярного поля с произвольной связью с кривизной по вакууму, определяемому методом диагонализации гамильтониана. Определена геометрическая структура контрчленов в методе эффективного действия для N -мерного однородного изотропного пространства. Дано обобщение n -волновой процедуры для однородных изотропных N -мерных пространств и определены соответствующие контрчлены. Найдены свойства собственных функций оператора Лапласа-Бельтрами в многомерных однородных изотропных пространствах, необходимые для вычисления вакуумного ТЭИ. Геометрическая структура контрчленов n -волновой процедуры проанализирована с помощью размерной регуляризации. Показано совпадение геометрических структур первых трех вычитаний в n -волновой процедуре и в методе эффективного действия. В предположении, что вакуумные средние ТЭИ $\langle T_{ik} \rangle$ являются источниками гравитационного поля, т.е.

$$G_{ik} + \Lambda g_{ik} = -8\pi G \left(T_{ik}^b + \langle T_{ik} \rangle \right), \quad (31)$$

где Λ , G — космологическая и гравитационная постоянные, $G_{ik} = R_{ik} - Rg_{ik}/2$ — тензор Эйнштейна, T_{ik}^b — ТЭИ фоновой материи, показано, что первые три вычитания (они исчерпывают все вычитания в размерностях $N = 4, 5$) n -волновой процедуры в N -мерном однородном изотропном пространстве-времени соответствуют перенорми-

ровке космологической, гравитационной постоянных и параметров при квадратичных по кривизне слагаемых в затравочном гравитационном лагранжиане вида

$$L_{gr,\varepsilon} = \sqrt{|g|} \left[\frac{1}{16\pi G_\varepsilon} (R - 2\Lambda_\varepsilon) + \alpha_\varepsilon \left(R^{ik} R_{ik} - \frac{N R^2}{4(N-1)} \right) + \beta_\varepsilon R^2 \right]. \quad (32)$$

Для конформного скалярного поля ($\xi = \xi_c$) параметры G_ε и β_ε имеют конечную, при $N \rightarrow 4$, перенормировку, но перенормировка, при $N \rightarrow 4$, параметра α_ε , бесконечна ($\sim (N-4)^{-1}$) при любом значении константы ξ связи скалярного поля с кривизной. В пространствах с $N \geq 6$ необходимо учитывать дополнительные, по сравнению с 4-мерным случаем, контрчлены (они приведены для конформного поля при $K = 0$ и $N = 6, 7$). Исходя из соображений размерности и наличия высших производных от метрики в контрчленах, можно утверждать, что в затравочном гравитационном лагранжиане в случае многомерных пространств с $N \geq 6$ должны присутствовать скалярные выражения с 3-ей и более высокими степенями кривизны, тензора Риччи и (или) их ковариантными производными.

Перенормировка с помощью n -волновой процедуры для скалярного поля со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне представлена в § 3.2. В § 3.2.1 приведены выражения для вариаций некоторых геометрических величин, а также тождества Бьянки и их следствия, необходимые для получения ТЭИ и контрчленов к его вакуумным средним. Получено следующее выражение для метрического ТЭИ скалярного поля со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне (3):

$$\begin{aligned} T_{ik} = & \partial_i \varphi^* \partial_k \varphi + \partial_k \varphi^* \partial_i \varphi - g_{ik} \partial^l \varphi^* \partial_l \varphi + g_{ik} m^2 \varphi^* \varphi - \\ & - 2\xi (G_{ik} + \nabla_i \nabla_k - g_{ik} \nabla^l \nabla_l) (\varphi^* \varphi) - 2\zeta (E_{ik} + P_{ik}) (\varphi^* \varphi), \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} E_{ik} = & \frac{\delta \int R_{GB}^2 \sqrt{|g|} d^N x}{\sqrt{|g|} \delta g^{ik}} = 2R_{ilm} R_k^{lmp} - \frac{g_{ik}}{2} R_{lmpq} R^{lmpq} - \\ & - 4R^{lm} R_{ilm} - 4R_{il} R_k^l + 2g_{ik} R_{lm} R^{lm} + 2R R_{ik} - \frac{g_{ik}}{2} R^2, \end{aligned} \quad (34)$$

$$P_{ik} = 2 \left[R \nabla_i \nabla_k + 2R_{ik} \nabla_l \nabla^l + 2g_{ik} R_{lm} \nabla^l \nabla^m - R g_{ik} \nabla_l \nabla^l - 4R_{l(i} \nabla_{k)} \nabla^l - 2R_{ilm} \nabla^l \nabla^m \right], \quad (35)$$

круглые скобки в индексах обозначают симметризацию: $A_{n(i} B_{k)} = (A_{ni} B_k + A_{nk} B_i)/2$. Также дано представление ТЭИ через конформный тензор Вейля, удобное для вычислений как в конформно-плоских, в частности, в однородных изотропных пространствах, так и в Риччи-плоских (т.е. при $R_{ik} = 0$) пространствах.

Геометрическая структура контрчленов к вакуумным средним ТЭИ при связи с кривизной Гаусса-Бонне типа найдена в § 3.2.2. Показано, что первые три контрчлена (в размерностях $N = 4, 5$ эти контрчлены исчерпывают все вычитания) к вакуумному ТЭИ в N -мерном пространстве-времени соответствуют перенормировке

космологической и гравитационной постоянных и параметров при квадратичных, кубических и четвертой степени по кривизне слагаемых в затравочном гравитационном лагранжиане следующего вида:

$$L_{gr, \varepsilon} = \sqrt{|g|} \left[\frac{R - 2\Lambda_\varepsilon}{16\pi G_\varepsilon} + \alpha_\varepsilon R_{GB}^2 + \beta_\varepsilon R^2 + \gamma_\varepsilon C_{lmpq} C^{lmpq} + \delta_\varepsilon R R_{GB}^2 + \theta_\varepsilon R_{GB}^4 \right]. \quad (36)$$

Вакуумные средние скалярного поля со связью Гаусса-Бонне в однородном изотропном пространстве представлены в § 3.2.3, n -волновая процедура перенормировки скалярного поля с такой связью с кривизной изложена в § 3.2.4. С помощью размерной регуляризации установлено, что геометрическая структура контрчленов n -волновой процедуры в однородном изотропном пространстве совпадает со структурой контрчленов, полученных в методе эффективного действия. Получены формулы, позволяющие вычислять перенормированные вакуумные средние ТЭИ скалярного поля со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне в однородном изотропном пространстве-времени в размерностях $N = 4, 5$.

Перенормировка тензора энергии-импульса в модели с Большим разрывом, точное решение и рождение частиц в которой ранее были рассмотрены в § 2.2.5, проведена в § 3.3. Здесь показано, что обратным влиянием квантовых эффектов массивного скалярного поля с конформной связью на метрику пространства-времени в рассмотренной космологической модели можно пренебречь, если масса поля много меньше планковской массы, а время до сингулярности большого разрыва много больше планковского времени.

Вычисление вакуумного ТЭИ неконформного скалярного поля в квазиевклидовом гравитационном фоне представлено в § 3.4. Выражения для неперенормированного ТЭИ и контрчлены для квазиевклидова случая выписаны в § 3.4.1. Вычисления перенормированного ТЭИ приведены в § 3.4.2. Результатом является функционал, зависящий от масштабного фактора $a(t)$, который, во введённом неконформном приближении раннего времени, может быть вычислен явно без уточнения характера действительной зависимости $a(t)$ от времени. Конкретные формулы для степенных масштабных факторов даны в § 3.4.3. Показано, что за исключением радиационно доминированного случая, плотность энергии и давление в неконформном случае содержат новые вклады, которые доминируют по сравнению со случаем конформной связи.

Рождение сверхтяжёлых частиц гравитацией ранней Вселенной и гипотеза сверхтяжёлой тёмной материи рассматриваются в главе 4 “Рождение сверхтяжёлых частиц гравитацией ранней Вселенной, гипотеза сверхтяжёлой тёмной материи и некоторые вопросы физики чёрных дыр”, в § 4.1.

В пользу гипотезы о том, что холодная тёмная материя состоит из нейтральных сверхтяжёлых частиц с массой порядка массы Великого объединения, приведены аргументы, связанные с рождением частиц гравитацией расширяющейся Вселенной Фридмана. Общее число частиц массы M , рожденных во фридмановской радиаци-

онно-доминированной Вселенной $a(t) = a_0 \sqrt{t}$ внутри горизонта равно [1]:

$$N = b^{(s)} M^{3/2} a_0^3, \quad (37)$$

где $b^{(0)} \approx 5,3 \cdot 10^{-4}$ — для скаляров и $b^{(1/2)} \approx 3,9 \cdot 10^{-3}$ — для спинорных частиц, т.е. $N \sim 10^{80}$ для $M \sim 10^{14}$ ГэВ — порядка числа Эддингтона–Дирака. Поэтому, приняв гипотезу об их распаде на обычные кварки и лептоны в ранней Вселенной, с CP -нарушением, получим наблюдаемое во Вселенной число протонов и электронов. Большая часть рождённых гравитацией ранней Вселенной сверхтяжёлых частиц должна была распасться, в противном случае свойства Вселенной отличались бы от наблюдаемых. Если долгоживущие компоненты имеют время жизни сравнимое с тем возрастом Вселенной t_X , когда плотность энергии рожденных долгоживущих частиц становится равной плотности энергии фонового инфлатонного поля (горячей тёмной материи), то распад всех долгоживущих компонент может привести к наблюдаемому значению энтропии Вселенной. Если не все долгоживущие компоненты распадаются и создают энтропию, но некоторая часть сохраняется до современной эпохи как холодная тёмная материя, и сверхтяжёлые частицы наблюдаются в виде событий, связанных с космическими лучами, тогда естественно предположить, что время жизни долгоживущей компоненты — космологического порядка, но большая часть этих частиц переходит в короткоживущую компоненту благодаря взаимодействию с барионным зарядом во время, меньшее или равное t_X , и энтропия появляется благодаря этому распаду. Рассмотрение взаимодействия долгоживущей компоненты с плотностью барионного заряда приводит к выводу о слабом взаимодействии сверхтяжёлых частиц тёмной материи с обычным веществом. В § 4.1 приведены соответствующие оценки. Отметим, что при плотности тёмной материи порядка средней плотности вещества Галактики в окрестностях Солнечной системы концентрация сверхтяжёлых частиц при $M = 10^{14}$ ГэВ была бы очень мала $n_X \approx 10^{-14}$ см $^{-3}$.

Вопрос о сверхтяжёлых частицах как источнике космических лучей сверхвысокой энергии (КЛСВЭ) из активных ядер галактик излагается в § 4.2, где рассмотрена гипотеза о том, что эти КЛСВЭ возникают в АЯГ благодаря превращению частиц тёмной материи в кварки и лептоны с высокой энергией, происходящему вблизи горизонта сверхмассивных чёрных дыр, находящихся в центрах АЯГ. Приведены численные оценки необходимого количества тёмной материи из сверхтяжёлых частиц для обеспечения экспериментально наблюдаемого обсерваторией им. П. Оже [12, 13] потока КЛСВЭ, в предположении его происхождения вследствие распада сверхтяжёлых частиц в окрестности АЯГ. Если все 100 % сверхтяжёлых частиц тёмной материи с массами $M = 10^{14}$ ГэВ падающих на чёрную дыру АЯГ, превращаются в КЛСВЭ, то общая масса поглощаемой тёмной материи должна быть порядка $\approx 10^{28}$ г в год. Даже если только $\approx 10^{-4}$ от общего количества сверхтяжёлых частиц, вблизи горизонта чёрной дыры превращается в обычные частицы, наблюдаемые как КЛСВЭ, то масса всей поглощаемой сверхмассивной чёрной дырой тёмной материи, которая будет необходима для обеспечения того же потока КЛСВЭ, все ещё не будет

превышать массу обычной материи, поглощаемой чёрной дырой и обеспечивающей наблюдаемую светимость АЯГ.

В предположении, что тёмная материя распределена однородно с плотностью, типичной для обычной материи в центральных частях галактик $\rho \approx 10^{-20}$ г/см³ и что типичная скорость частиц тёмной материи на больших расстояниях от центральной черной дыры порядка $v_\infty \approx 10^8$ см/с (т.е. порядка скорости звезд в центральных частях галактик), масса тёмной материи, захватываемой сверхмассивной чёрной дырой с $M_{BH} = 10^8 M_\odot$ (M_\odot — масса Солнца) составит $\approx 3 \cdot 10^{28}$ г/год. Это согласуется с оценкой, приведённой ранее. Таким образом, наши оценки приводят к приемлемым значениям аккреции сверхмассивных частиц тёмной материи на черные дыры. Эта тёмная материя может рассматриваться как источник КЛСВЭ, возникающих при распаде сверхмассивных частиц на видимую материю вблизи горизонта сверхмассивной чёрной дыры.

В настоящее время не существует общепринятой теории, объясняющей возникновение потока космических частиц с энергией большей 10^{18} эВ в АЯГ. В § 4.2 обсуждается один из возможных физических механизмов превращения тёмной материи в видимую в АЯГ. Можно предположить, что чёрные дыры в АЯГ отличаются от других черных дыр в центрах галактик и являются быстровращающимися с угловым моментом, близким к критическому. Тогда будет иметь место хорошо известный механизм Пенроуза. Влетающая в эргосферу вращающейся чёрной дыры частица может распасться на две или более частицы, одна из которых имеет отрицательную энергию и падает внутрь чёрной дыры, другая же с противоположным импульсом и энергией, большей, чем энергия первоначальной частицы, вылетает наружу. Приведены некоторые необходимые формулы и оценки. Другая возможная причина превращения сверхтяжёлых частиц в КЛСВЭ в АЯГ — столкновения с большой энергией этих частиц вблизи горизонта сверхмассивных чёрных дыр.

Столкновение частиц в гравитационном поле чёрных дыр рассматривается в § 4.3. В § 4.3.1 получены формулы для энергии столкновения частиц в системе их центра масс при свободном падении в поле вращающихся чёрных дыр. Так, для частиц, нерелятивистских на бесконечности, с одинаковыми массами и с удельными (т.е. на единицу массы) орбитальными моментами l_1, l_2 , свободно падающих на вращающуюся чёрную дыру с массой M и угловым моментом AGM^2/c и сталкивающихся вблизи горизонта, предельное, при стремлении точки столкновения к горизонту событий, значение энергии столкновения в системе центра масс равно

$$\frac{E_{c.m.}(r \rightarrow r_H)}{2m} = \sqrt{1 + \frac{(l_1 - l_2)^2}{2x_C(l_1 - l_H)(l_2 - l_H)}}, \quad (38)$$

где

$$x_C = 1 - \sqrt{1 - A^2}, \quad l_H = \frac{2}{A} \left(1 + \sqrt{1 - A^2} \right). \quad (39)$$

Для экстремально вращающихся чёрных дыр $A = 1$ и значение $l_H = 2$. В этом случае, частица, падающая из бесконечности с удельным орбитальным моментом

$l = l_H$, достигая горизонта, может сталкиваться с неограниченно большой энергией в системе центра масс. Для реальных астрофизических чёрных дыр значение углового момента $A < 1$. Предельно допустимое для падения из бесконечности на горизонт событий значение удельного орбитального момента частицы меньше l_H :

$$-2 \left(1 + \sqrt{1 + A} \right) = l_L \leq l \leq l_R = 2 \left(1 + \sqrt{1 - A} \right). \quad (40)$$

Поэтому энергия столкновения ограничена. Так, для $A_{\max} = 0.998$, что предполагается максимально достижимым безразмерным моментом астрофизических чёрных дыр [16], получим $E_{\text{c.m.}}^{\max}/m \approx 19$.

Однако, вывод об ограниченности энергии столкновения следует отнести только к случаю свободного падения частицы из бесконечности. Анализ уравнений геодезических в поле керровской чёрной дыры и, как следствие, эффективного потенциала

$$V_{\text{eff}}(x, l) = -\frac{1}{x} + \frac{l^2}{2x^2} - \frac{(A - l)^2}{x^3}, \quad (41)$$

(см. Рис. 3) приводит к следующему возможному поведению частицы. Если частица

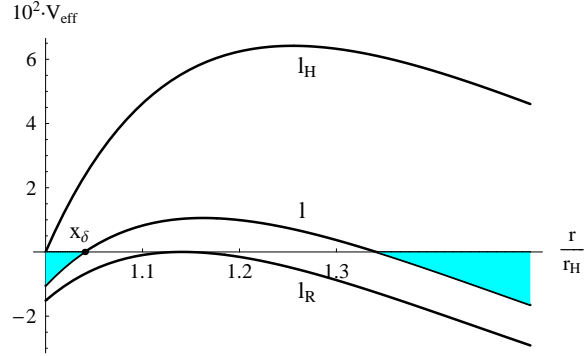


Рис. 3: Эффективный потенциал для $A = 0.95$ и $l_R \approx 2.45$, $l = 2.5$, $l_H \approx 2.76$. Разрешённые зоны для $l = 2.5$ показаны серым цветом.

падает из бесконечности на чёрную дыру, то для достижения горизонта она должна иметь орбитальный момент в пределах, определяемых (40). Энергия столкновения в системе центра масс при этом может быть невелика. Но если частица падает не из бесконечности, а из области, близкой к горизонту событий, то, благодаря форме эффективного потенциала, она может иметь значение орбитального момента $l = l_H - \delta$, большее, чем l_R , и падать на горизонт. Значение l_H — предельное допустимое значение орбитального момента частицы вблизи горизонта событий чёрной дыры. Если частица, падающая из бесконечности с $l \leq l_R$, вблизи горизонта взаимодействует с другими частицами аккреционного диска или испытывает распад на более лёгкую частицу, так что получает больший угловой момент $l_1 = l_H - \delta$, то в силу (38) энергия столкновения в системе центра масс будет

$$E_{\text{c.m.}} \approx \frac{m}{\sqrt{\delta}} \sqrt{\frac{2(l_H - l_2)}{1 - \sqrt{1 - A^2}}} \quad (42)$$

и неограниченно возрастает при $\delta \rightarrow 0$. Для быстровращающихся чёрных дыр различие между l_H и l_R невелико. Поэтому возможность получения малого добавочного орбитального момента вблизи горизонта весьма вероятна.

Таким образом, вращающиеся чёрные дыры могут играть роль космических суперколлайдеров, в которых имеют место процессы взаимодействия элементарных частиц, в том числе и электрически нейтральных, со сверхвысокими энергиями, недостижимыми в земных условиях. Последствия таких столкновений могут, в принципе, проявляться в астрофизических наблюдениях.

Извлечение энергии после столкновения в поле статической и вращающейся чёрной дыры рассмотрено в § 4.3.2. Показано, что с учётом процесса Пенроуза в столкновении двух элементарных частиц и последующем распаде на две частицы с одинаковой массой покоя возможно извлечение энергии из чёрной дыры: энергия вылетевшей частицы может быть больше энергии первоначальных частиц. Указано, что неверное заключение о невозможности извлечения энергии в таком процессе у авторов работы [15] явилось следствием некорректного использования понятия асимптотической коллинеарности 4-векторов в римановом пространстве.

Вопрос о времени движения перед столкновением с неограниченной энергией рассмотрен в § 4.3.3, где показано, что для столкновения с бесконечной энергией необходим бесконечный интервал как координатного, так и собственного времени свободно падающей частицы. Отдельно рассматривается вопрос о столкновении внутри вращающейся чёрной дыры, на её горизонте Коши: § 4.3.4.

В § 4.4 рассматривается вопрос, возможно ли увидеть бесконечное будущее внешней по отношению к чёрной дыре Вселенной при свободном падении на черную дыру? В изложении этого вопроса в современной учебной и научно-популярной литературе часто приводятся неточные и даже неверные утверждения, поэтому в § 4.4.1 и § 4.4.2 приведены необходимые вычисления и обсуждение для случаев свободного падения в поле чёрной дыры Шварцшильда как вне, так и внутри горизонта событий, и в метрике Керра вращающейся чёрной дыры.

В частности, для случая радиального падения на чёрную дыру Шварцшильда с гравитационным радиусом r_g выражение для промежутка времени между началом свободного падения массивного наблюдателя из точки $r_0 = r_g x_0$ и испусканием луча света из этой точки, чтобы он еще был обнаружим до пересечения падающим наблюдателем горизонта, получено выражение

$$t_s - t_0 = \frac{r_g}{c} \left[(2 + x_0) \sqrt{x_0 - 1} \operatorname{arctg} \sqrt{x_0 - 1} + 2 \ln 2 - \ln x_0 \right]. \quad (43)$$

Это выражение конечно и возможности увидеть при падении в черную дыру до пересечения шварцшильдовского радиуса событий неограниченно далекого будущего, которые происходят в окрестности точки начала падения, нет.

В случае, если наблюдение осуществляется вплоть до момента гибели наблюдателя в сингулярности шварцшильдовской чёрной дыры соответствующее выражение

имеет вид

$$t_s - t_0 = \frac{r_g}{c} \left[\frac{\pi}{2} (2 + x_0) \sqrt{x_0 - 1} - x_0 - \ln(x_0 - 1) \right] \quad (44)$$

и также конечно.

Во вращающейся черной дыре, описываемой метрикой Керра, или при наличии заряда (метрика Рейснера-Нордстрема и метрика Керра-Ньюмена) формально возникает феномен, связанный с появлением горизонта Коши, который можно было бы описать как возможность увидеть все будущее внешней, по отношению к черной дыре, Вселенной. Однако, здесь необходим анализ эволюции сингулярности под действием падающего в черную дыру излучения, что обсуждается в § 4.4.2.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации:

1. Представлено обобщение на случай неконформной связи скалярного поля с кривизной пространства-времени метода диагонализации гамильтониана, позволяющее получить конечные выражения для плотности числа рождённых в нестационарном однородном изотропном гравитационном поле частиц и в анизотропных метриках специального вида, что решает проблему корпускулярной интерпретации неконформного скалярного поля в рассматриваемых пространственно-временных метриках. Проведён расчёт числа рождённых минимально связанных с кривизной скалярных частиц во фридмановских космологических моделях со степенным масштабным фактором.

2. Введено обобщенное Даффина-Кеммера-Петью уравнение (23), описывающее неминимальную связь с кривизной и другими внешними полями, и показана возможность эквивалентного описания неминимальной связи с кривизной скалярного и векторного полей в общековариантном формализме первого порядка.

3. Метод пространственно-временного описания рождения частиц гравитационным полем с помощью пространственно-временной корреляционной функции обобщён на случай массивного скалярного поля с неконформной связью с кривизной. Показано, что при таком способе описания, если вакуумное состояние определено по методу диагонализации гамильтониана, приводящему к конечному значению плотности рождённых частиц, то в случае адиабатического изменения метрики однородного изотропного пространства-времени, в случае масштабного фактора, линейно зависящего от времени, в пространстве-времени де Ситтера рождения массивных скалярных частиц гравитационным полем не происходит, соответствующие квазичастицы следует интерпретировать как виртуальные пары.

4. Для космологической модели с Большим разрывом, когда фоновая метрика определяется материей с фантомным уравнением состояния, получено новое точное решение (30) и показано, что обратным влиянием эффекта рождения частиц и поляризацией вакуума скалярного поля на метрику пространства-времени можно пренебречь, если масса поля много меньше планковской, а время до сингулярности Большого разрыва много больше планковского времени, т.е. во всей области применимости подхода квантовой теории в искривлённом пространстве-времени.

5. Получены выражения для вакуумных средних тензора энергии-импульса скалярного поля с неконформной связью с кривизной в N -мерном однородном изотропном пространстве для вакуума, определяемого по методу диагонализации гамильтониана. Представлено обобщение n -волновой процедуры для однородных изотропных N -мерных пространств и определены соответствующие контрчлены. С использованием размерной регуляризации показано, что геометрические структуры первых трех вычитаний в n -волновой процедуре и в методе эффективного действия совпадают. Для конформного скалярного поля в случае размерностей $N = 6, 7$ найдены новые контрчлены, необходимые для проведения перенормировки. Показано, что все вычитания n -волновой процедуры в 4-х и в 5-и мерных однородных изотропных пространствах соответствуют перенормировке констант затравочного гравитационного лагранжиана.

6. Получены выражения для тензора энергии-импульса и контрчлены к его вакуумным средним для скалярного поля со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне, при которой метрический тензор энергии-импульса не содержит производных от метрики выше второго порядка. Найдена геометрическая структура первых трех контрчленов к вакуумному ТЭИ для N -мерного пространства-времени и показано, что в случае связи с кривизной типа Гаусса-Бонне первые три вычитания (это все вычитания в размерностях $N = 4, 5$) соответствуют перенормировке космологической и гравитационной постоянных и параметров при квадратичных, кубических и четвертой степени по кривизне слагаемых затравочного гравитационного лагранжиана.

7. Вычислены вакуумные средние тензора энергии-импульса квантованного скалярного поля с произвольной связью с кривизной в квазиевклидовом пространстве-времени в неконформном приближении малого времени и показано, что дополнительные вклады, возникающие за счет неконформной связи с кривизной, доминируют по сравнению с ранее известными конформными вкладами.

8. Исследована гипотеза о том, что часть или вся тёмная материя во Вселенной состоит из сверхтяжёлых слабо взаимодействующих частиц с массой порядка масштаба теории Великого объединения. Представлена модель, в которой короткоживущая компонента таких частиц при распаде может образовать наблюдаемый барионный заряд Вселенной, долгоживущая компонента при распаде, за счёт слабого взаимодействия с частицами, несущими барионный заряд, создаёт в ранней Вселенной наблюдаемую энтропию, а некоторая часть сверхтяжёлых частиц, распадаясь в нашу эпоху, создаёт наблюдаемый поток космических лучей сверхвысокой энергии с анизотропией, наблюдаемой установкой по поиску космических лучей имени Пьера Оже.

9. В связи со значением активных ядер галактик как возможных источников космических лучей сверхвысокой энергии, причиной которых могут быть распады сверхмассивных частиц тёмной материи, рассмотрены процессы движения и столкновения частиц в окрестности чёрных дыр и показано, что энергия столкновения свободно падающих частиц в системе их центра масс может иметь неограниченно большие значения для реальных астрофизических чёрных дыр, а не только для экс-

тремально вращающихся, как утверждалось ранее другими авторами. Показано, что благодаря процессу Пенроуза излучаемые в результате столкновений и распадов в эргосфере чёрных дыр частицы могут иметь на больших расстояниях от вращающихся чёрных дыр ультрарелятивистские энергии.

10. В связи с имеющимися в современной научной и научно-популярной литературе ошибками и неточностями была рассмотрена возможность увидеть, падающим в чёрную дыру наблюдателем, бесконечного будущего внешней по отношению к чёрной дыре Вселенной. Показано, что в случае шварцшильдовской чёрной дыры такое наблюдение невозможно.

Рассмотренные в диссертации теоретические подходы к расчёту квантовых эффектов справедливы, только если масса поля и кривизна пространства-времени много меньше соответствующих планковских значений. В ином случае необходимо было бы использовать пока ещё не созданную квантовую теорию гравитационного поля.

Цитированная литература

- [1] Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [2] Биррелл Н., Девис П. Квантованные поля в искривленном пространстве-времени. Пер. с англ. М.: Мир, 1984.
- [3] Colella R., Overhauser A.W., Werner S.A. Observation of gravitationally induced quantum interference // *Phys. Rev. Lett.* 1975. V. **34**. P. 1472–1474.
- [4] Nesvizhevsky V.V. et. al. Quantum states of neutrons in the Earth's gravitational field // *Nature*. 2002. V. **415**. P. 297–299.
- [5] Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
- [6] Гриб А.А., Мамаев С.Г. К теории поля в пространстве Фрийдмана // *Ядерная физика*. 1969. Т. **10**. Вып. 6. С. 1276–1281.
- [7] Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990.
- [8] Мамаев С.Г., Трунов Н.Н. Пространственно-временное описание рождения частиц в гравитационном и электромагнитном полях // *Ядерная физика*. 1983. V. **37**. Вып. 6. С. 1603–1612.
- [9] Мамаева К.С., Трунов Н.Н. О волновых уравнениях в римановых пространствах // *Теоретическая и математическая физика*. 2003. Т. **135**. No 1. С. 82–94.
- [10] Nojiri S., Odintsov S.D. Quantum escape of sudden future singularity // *Phys. Lett. B*. 2004. V. **595**. P. 1–8.
- [11] Зельдович Я.Б., Старобинский А.А. Рождение частиц и поляризация вакуума в анизотропном гравитационном поле // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1971. Т. 61. С. 2161–2175.
- [12] The Pierre Auger Collaboration. Correlation of the highest-energy cosmic rays with nearby extragalactic objects // *Science*. 2007. V. **318**. P. 938–943.

- [13] The Pierre Auger Collaboration. Correlation of the highest-energy cosmic rays with the positions of nearby active galactic nuclei // *Astropart. Phys.* 2008. V. **29**. P. 188–204.
- [14] Berti E., Cardoso V., Gualtieri L., Pretorius F., Sperhake U. Comment on “Kerr black holes as particle accelerators to arbitrarily high energy” // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. **103**. P. 239001.
- [15] Jacobson T., Sotiriou T.P. Spinning black holes as particle accelerators // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. **104**, 021101 (1–3).
- [16] Thorne K.S. Disk-accretion onto a black hole. II. Evolution of the hole // *Astrophys. J.* 1974. V. **191**. P. 507–519.

Основное содержание и результаты диссертации отражены в следующих публикациях:

**Статьи в ведущих рецензируемых научных журналах,
входящих в перечень ВАК**

1. Bordag M., Lindig J., Mostepanenko V.M., Pavlov Yu.V. Vacuum stress-energy tensor of nonconformal scalar field in quasi-Euclidean gravitational background // *Int. J. Mod. Phys. D.* 1997. V. **6**. N 4. P. 449–463 (1,2 п.л./0,3 п.л.).
2. Павлов Ю.В. Неконформное скалярное поле в однородном изотропном пространстве и метод диагонализации гамильтониана // *Теоретическая и математическая физика.* 2001. Т. **126**. N 1. С. 115–124 (1 п.л.).
3. Павлов Ю.В. Размерная регуляризация и n -волновая процедура для скалярных полей в многомерных квазиевклидовых пространствах // *Теоретическая и математическая физика.* 2001. Т. **128**. N 2. С. 236–248 (1,1 п.л.).
4. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Superheavy particles in Friedmann cosmology and the dark matter problem // *Int. J. Mod. Phys. D.* 2002. V. **11**. N 3. P. 433–436 (0,4 п.л./0,2 п.л.).
5. Pavlov Yu.V. Creation of the nonconformal scalar particles in nonstationary metric // *Int. J. Mod. Phys. A.* 2002. V. **17**. N 6,7. P. 1041–1044 (0,4 п.л.).
6. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Cold dark matter and primordial superheavy particles // *Int. J. Mod. Phys. A.* 2002. V. **17**. N 29. P. 4435–4439 (0,38 п.л./0,19 п.л.).
7. Павлов Ю.В. n -Волновая процедура и размерная регуляризация для скалярного поля в однородном изотропном пространстве // *Теоретическая и математическая физика.* 2004. Т. **138**. N 3. С. 453–467 (1,2 п.л.).
8. Павлов Ю.В. Перенормировка и размерная регуляризация для скалярного поля со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне // *Теоретическая и математическая физика.* 2004. Т. **140**. N 2. С. 241–255 (1,2 п.л.).
9. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Dark matter in the early Universe and the creation of visible particles // *Gravitation & Cosmology.* 2005. V. **11**. N 1-2. P. 119–122 (0,5 п.л./0,25 п.л.).

10. Pavlov Yu.V. On renormalization for a scalar field with Gauss-Bonnet-type coupling to curvature // *Gravitation & Cosmology*. 2005. V. **11**. N 1-2. P. 123–126 (0,5 п.л.).
11. Гриб А.А., Павлов Ю.В. Сверхтяжёлые частицы и тёмная материя во Вселенной // *Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. Серия Естественные и точные науки (физика)*. 2006. N 6 (15). С. 253–261 (0,66 п.л./0,33 п.л.).
12. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Superheavy particles and the dark matter problem // *Gravitation & Cosmology*. 2006. V. **12**. N 2–3. P. 159–162 (0,5 п.л./0,25 п.л.).
13. Pavlov Yu.V. Duffin-Kemmer-Petiau equation with nonminimal coupling to curvature // *Gravitation & Cosmology*. 2006. V. **12**. N 2–3. P. 205–208 (0,5 п.л.).
14. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Is dark matter the relic of the primordial matter that created the visible matter of the Universe? // *Gravitation & Cosmology*. 2008. V. **14**. N 1. P. 1–7 (0,9 п.л./0,45 п.л.).
15. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Do active galactic nuclei convert dark matter into visible particles? // *Mod. Phys. Lett. A*. 2008. V. **23**, No 16. P. 1151–1159 (0,64 п.л./0,32 п.л.).
16. Pavlov Yu.V. Space-time description of scalar particle creation by a homogeneous isotropic gravitational field // *Gravitation & Cosmology*. 2008. V. **14**. N 4. P. 314–320 (0,5 п.л.).
17. Гриб А.А., Павлов Ю.В. Возможно ли увидеть бесконечное будущее Вселенной при падении в черную дыру? // *Успехи физических наук*. 2009. Т. **179**. N 3. С. 279–283 (0,86 п.л./0,43 п.л.).
18. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Active galactic nuclei and transformation of dark matter into visible matter // *Gravitation & Cosmology*. 2009. V. **15**. N 1. P. 44–48 (0,7 п.л./0,35 п.л.).
19. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Superheavy particles as dark matter and their role in creation of visible matter in active galactic nuclei and the early Universe // *Int. J. Mod. Phys. A*. 2009. V. **24**, No 8&9. P. 1610–1619 (1 п.л./0,5 п.л.).
20. Pavlov Yu.V. On particles creation and renormalization in cosmological model with Big Rip // *Gravitation & Cosmology*. 2009. V. **15**. N 4. P. 341–344 (0,5 п.л.).
21. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On particles collisions in the vicinity of rotating black holes // *Письма в "Журнал экспериментальной и теоретической физики"*. 2010. Т. **92**. No 3 (август). P. 147–151 (0,5 п.л./0,25 п.л.).

Глава в монографии

22. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Some effects of the quantum field theory in the early Universe. *In* "Focus on Quantum Field Theory" (ISBN 1-59454-126-4). Ed. O. Kovras. New York: Nova Science Publishers, Inc., 2005. P. 1–21 (1,8 п.л./0,9 п.л.).

Статьи в других изданиях

23. Pavlov Yu.V. The Hamilton operator and quantum vacuum for nonconformal scalar field in the homogeneous and isotropic space // *Operator Theory: Advances and Applications*. Vol. **132**. Operator Methods in Ordinary and Partial Differential Equations. S.Kovalevsky Symposium, University of Stockholm, June 2000. Eds. Albeverio S., Elander N, Everitt W.N., Kurasov P. Basel/Switzerland: Birkhäuser Verlag, 2002. P. 323–332 (0,76 п.л.).
24. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Quantum field theory in curved space-time and the early Universe // *Gravitation & Cosmology*. 2002. V. **8**, Suppl. P. 148–153 (0,5 п.л./0,25 п.л.).
25. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On the cosmological coincidence between visible and hidden masses // *Gravitation & Cosmology*. 2002. V. **8**, Suppl. II. P. 50–51 (0,22 п.л./0,11 п.л.).
26. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On the possible role of superheavy particles in the early Universe. *In* I.Ya. Pomeranchuk and Physics at the Turn of the Century. Proceedings of the International Conference. Eds. Berkov A., Narozhny N., Okun L. Singapore: World Scientific Publishing, 2003. P. 406–412 (0,6 п.л./0,3 п.л.).
27. Павлов Ю.В. Диагонализация гамильтониана и рождение скалярных частиц в искривленном пространстве. *В кн.* Гравитация, космология и элементарные частицы. Сборник статей, посвященный 65-летию профессора, академика РАН А.А.Гриба (ISBN 5-7310-1779-4). Под ред. Дорофеева В.Ю., Павлова Ю.В., Поберия Е.А. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2004. С. 75–86 (0,7 п.л.).
28. Павлов Ю.В. Пространственно-временное описание рождения неконформных скалярных частиц в гравитационном поле. *В кн.* Российская летняя школа-семинар “Современные теоретические проблемы гравитации и космологии” GRACOS - 2007, 9-16 сентября 2007 г., Казань-Яльчик. Труды семинара. Казань: Изд-во “Фолиант”, 2007. С. 138–142 (0,5 п.л.).
29. Grib A.A., Pavlov Yu.V. Quantum field theory in curved spacetime and the dark matter problem // *AIP Conference Proceedings* 2007. Vol. **956**. P. 96–106 (1 п.л./0,5 п.л.).
30. Грив А.А., Павлов Ю.В. Рождение сверхтяжёлых частиц гравитацией ранней Вселенной и гипотеза сверхтяжёлой тёмной материи // *Труды института прикладной астрономии*. Вып. **18**. СПб.: Наука, 2008. С. 161–181 (1,4 п.л./0,7 п.л.).
31. Павлов Ю.В. Рождение частиц в космологии: Точные решения. *В кн.* Квантовая теория и космология. Сборник статей, посвященный 70-летию профессора А.А.Гриба (ISBN 978-5-94041-007-2). Под ред. Дорофеева В.Ю., Павлова Ю.В. СПб.: Лаборатория им. А.А.Фридмана, 2009. С. 158–171 (0,85 п.л.).